

Einführung in die Informatik I

Kapitel I.10: Matrizen

Prof. Dr.-Ing. Marcin Grzegorzek
Juniorprofessur für Mustererkennung im Institut für Bildinformatik
Department Elektrotechnik und Informatik
Fakultät IV der Universität Siegen

09.01.2013

Inhaltsverzeichnis

I. MATLAB-Einführung

1. Voraussetzungen und Konventionen
2. Variablen und arithmetische Ausdrücke
3. Automatisierung von Berechnungen
4. Logische Ausdrücke
5. Verzweigungen
6. Schleifen
7. Fehlersuche in Programmen
8. Funktionen
9. Arbeitsweise von Funktionen
10. Vektoren

11. Matrizen

II. Algorithmen

III. MATLAB-Fortsetzung

IV. Wissenschaftliche Werkzeuge

2-dimensionale Felder

- Ein 2-dimensionales Feld (auch **Matrix**) ist eine tabellarische Anordnung von **Zahlenwerten**.
- Die Tabelle kann eine beliebige Zahl **n** von **Zeilen** und **m** von **Spalten** haben. Sprechweise: „ $n \times m$ - Matrix“

- **Beispiele:**

rechteckige
 3×4 -Matrix

1	-5	8	-9
-1	3	5	4
-3	45	4	-3

quadratische
 3×4 -Matrix

1	-5	8
-1	3	5
-3	45	4

einzeilige
 1×3 -Matrix

-1	3	5
----	---	---

einspaltige
 3×1 -Matrix

-5
3
45

- **Vektoren** sind identisch mit $1 \times m$ - bzw $n \times 1$ -Matrizen
- Skalare** (Einzelwerte) sind identisch mit 1×1 Matrizen
- MATLAB speichert (fast) alle Daten als Matrizen (**MA**Trix **LAB**oratory).

Vorkommen von Matrizen

Wertetabellen

x	x ²	x ³
0	0	0
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64

Ohne die
Überschriften

Tabellenkalkulation

	Stud.	Sem	Pkte	Note
Meier	MB	1	65	2.0
Müller	WI	3	73	1.3
Schmitz	MB	3	23	4.7
Schulte	WI	1	45	3.0

Nur Zahlenfelder bilden
eine Matrix

Vorkommen von Matrizen

Entfernungstabellen

	Frankfurt	Köln	München	Stuttgart
Frankfurt	0	200	350	300
Köln	200	0	550	450
München	350	550	0	200
Stuttgart	300	450	200	0

Diagonale mit Nullen füllen

Spielergebnisse

	A	B	C	D
A	0	2	3	4
B	1	0	2	3
C	2	0	0	2
D	0	4	0	0

A gegen B spielt 2:1

Vorkommen von Matrizen

Digitale Bilder (Bitmaps)



4 MegaPixel
= 2000×2000 Pixel

Rot-Matrix (Ausschnitt)

0.12	0.15	0.16	0.56	0.64
0.13	0.56	0.57	0.62	0.62
0.14	0.56	0.58	0.63	0.64

Grün-Matrix (Ausschnitt)

0.12	0.15	0.16	0.56	0.64
0.13	0.56	0.57	0.62	0.62
0.14	0.56	0.58	0.63	0.64

Blau-Matrix (Ausschnitt)

0.12	0.15	0.16	0.56	0.64
0.13	0.56	0.57	0.62	0.62
0.14	0.56	0.58	0.63	0.64

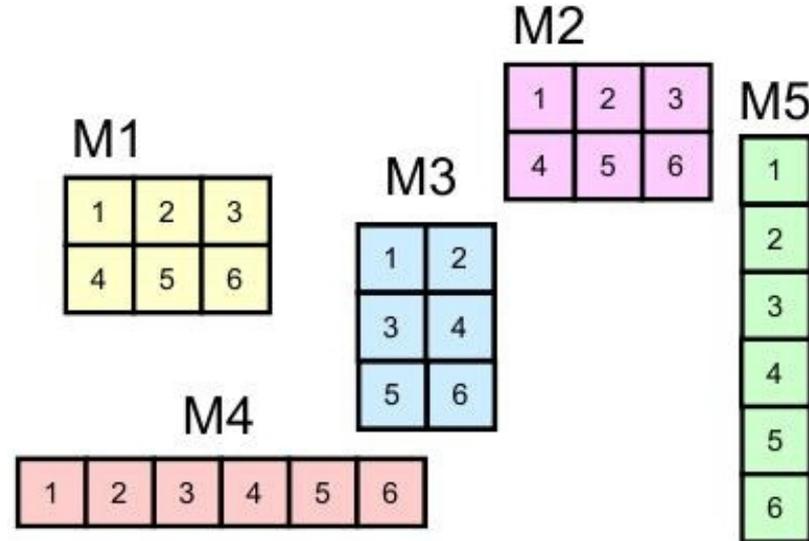
Erzeugung von Matrizen in MATLAB

➤ Direkte Matrizendefinition:

- Matrix in **eckigen Klammern**
- Werte getrennt durch **Leerzeichen** oder **Komma**
- Zeilenwechsel mit **Semikolon**

➤ Beispiele

- $M1 = [1 \ 2 \ 3; \ 4 \ 5 \ 6]$
- $M2 = [1, 2, 3; \ 4, 5, 6]$
- $M3 = [1 \ 2; \ 3 \ 4; \ 5 \ 6]$
- $M4 = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$
- $M5 = [1; \ 2; \ 3; \ 4; \ 5; \ 6]$



➤ Initialisieren und Füllen mit Nullen

- $M = \text{zeros}(\text{Zeilenzahl}, \text{Spaltenzahl})$

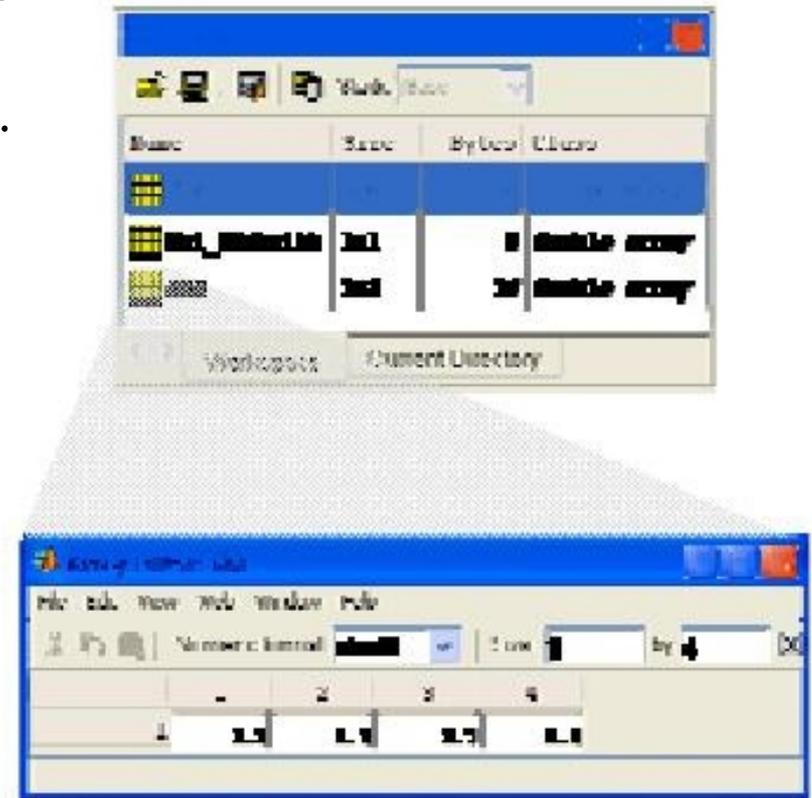
Zeilenfortsetzung

- Matrizen können sehr **groß** werden
(viele Zeilen und Spalten)
- **Übersichtliche** Matrizen-Notation in MATLAB-Skripten
mit dem **Zeilenfortsetzungssymbol ...**

```
M= [ 1 2 3; ...  
      4 5 6; ...  
      7 8 9 ]
```

Editieren von Matrizen

- Im **Workspace** werden die Variablen mit der Matrixdimension (*Size*) und dem Speicherbedarf (*Bytes*) angezeigt.
- Durch einen Doppelklick auf einen Variablennamen öffnet sich ein neues Fenster mit dem **Array Editor**



Zugriff auf einzelne Matrizeneinträge

- **Mathematische Notation** für Matrizen und Matrizeneinträge:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \end{pmatrix}$$

$$M_{ij}, \quad \begin{array}{l} \text{Zeile} \\ i = 1, \dots, 3 \\ j = 1, \dots, 4 \\ \text{Spalte} \end{array}$$

- In MATLAB erfolgt der **Zugriff** auf einen **Matrixeintrag** mit dem Klammeroperator:
 - Notation: **M(1,1)** , **M(1,2)** , ... **M(2,1)** , **M(2,2)** , ...
 - Die Indices müssen im Bereich 1, ..., n bzw 1, ...,m liegen
- Die **Abmessungen** einer Matrix können abgefragt werden mit:
 - **size(M,1)** Zeilenzahl
 - **size(M,2)** Spaltenzahl
 - **size(M)** Zeilenzahl und Spaltenzahl als 1×2-Vektor

Beispiele für den Zugriff

➤ Matrix initialisieren:

- **M=zeros(2,3)** → $\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

➤ Schreibender Zugriff:

- **M(2,3) = 1** → $\begin{matrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$
- **M(1,2) = 2** → $\begin{matrix} 0 & 0 & 1 \end{matrix}$
- **M(0,3) = 5** → Fehlermeldung
- **M(4,5) = 2** → undefiniertes Ergebnis

➤ Lesender Zugriff

- **x=M(2,2)** → 0
- **y=M(1,3)** → 2
- **z=M(3,3)** → Fehlermeldung

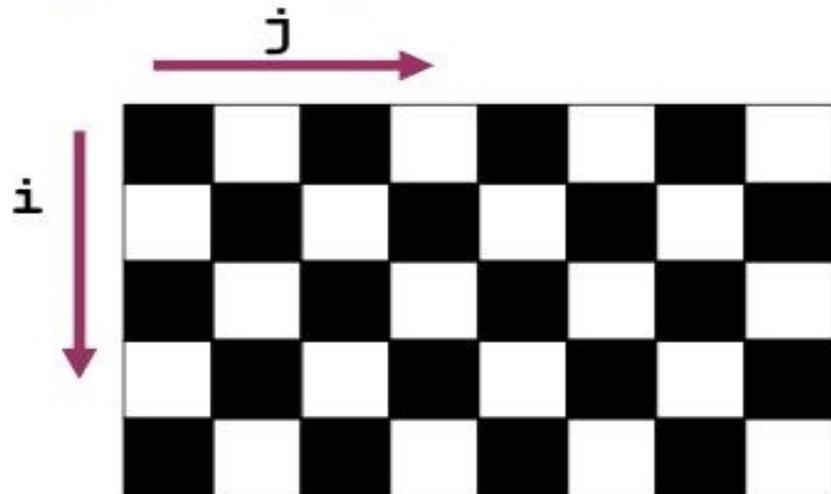
➤ Längenabfrage:

- **s=size(M)** → 2 3
- **s(2)** → 3
- **size(M,2)** → 3

Beispiel: Schachbrettmuster

➤ Quadratisches 100×100 -Schachbrett

```
M=zeros(100,100); % Initialisieren
for i=1:2:100      % ungerade Zeilen
    for j=1:2:100  % ungerade Spalten
        M(i,j)=1;
    end;
end;
for i=2:2:100     % gerade Zeilen
    for j=2:2:100 % gerade Spalten
        M(i,j)=1;
    end;
end;
% besetzte
% Zellen
% zeigen
spy(M);
```



Beispiel: Bearbeitung eines S/W-Bildes

- Es wird ein S/W-Bild als Matrix mit 128 Graustufen von der Festplatte eingelesen und dargestellt:

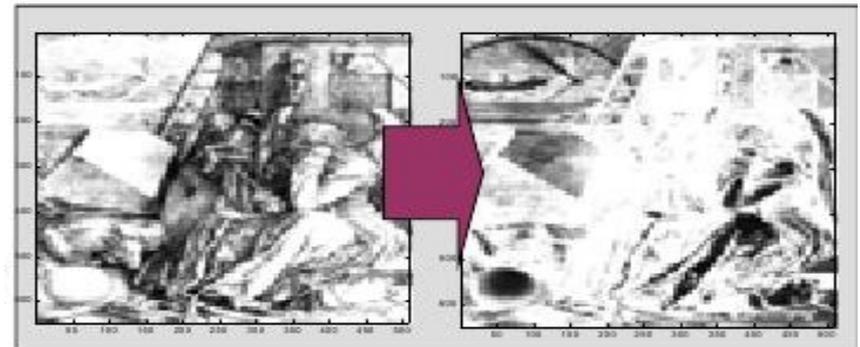
```
load('durer','X');           % Laden der Matrix X
colormap('gray');           % Farbzuoordnungstabelle
image(X);                   % Bild darstellen
```

- Das Bild wird 20% dunkler gemacht:

```
for i=1:size(X,1)           % Geschachtelte
    for j=1:size(X,2)       % for-Schleifen
        X(i,j)=round(0.8*X(i,j));
    end;
end;
```

- Das Bild wird invertiert:

```
for i=1:size(X,1)
    for j=1:size(X,2)
        X(i,j)=128-X(i,j);
    end;
end;
```



Beispiel: Bildausschnitt

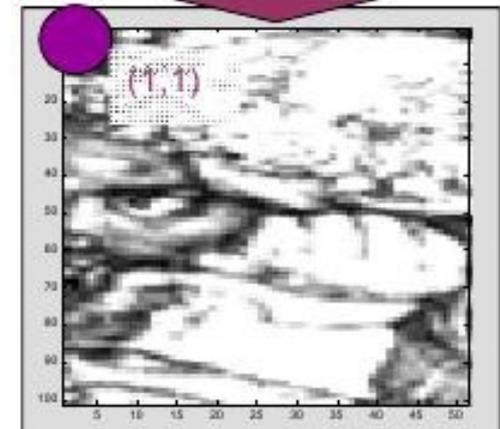
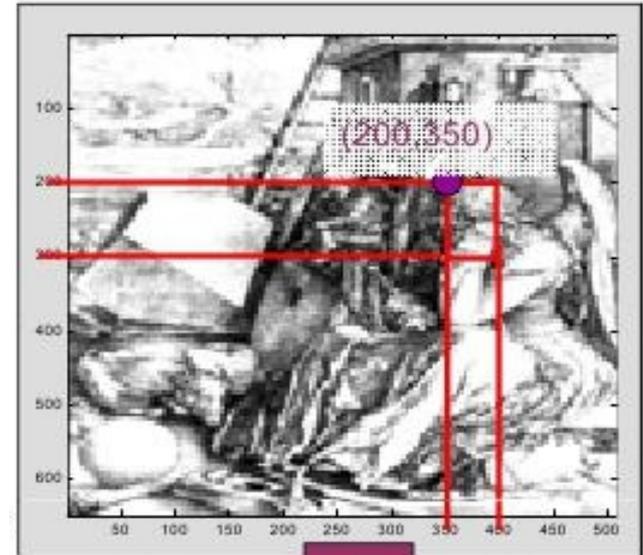
➤ Der Ausschnitt

Zeile 200-300

Spalte 350-400

soll auskopiert werden:

```
Y=zeros (101,51) ;  
for i=200:300  
    for j=350:400  
        Y(i-199,j-349)=X(i,j)  
    end;  
end;  
image (Y) ;
```



Plot-Befehl mit einer Matrix

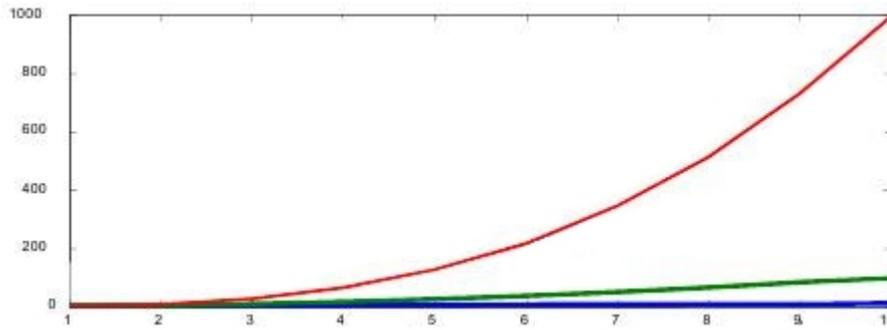
- Wertetabelle gegeben (stehend oder liegend)

x	y ₁	y ₂	y _n
0	0	0	0
1	1	1	1
2	4	8	...
3	9	27	...
...

x **Y**

x	0	1	2	...	
Y	y ₁	0	1	4	...
y ₂	0	1	8	...	
...	0	1	
y _n	0	1	

- Plot jeder Spalte von Y :



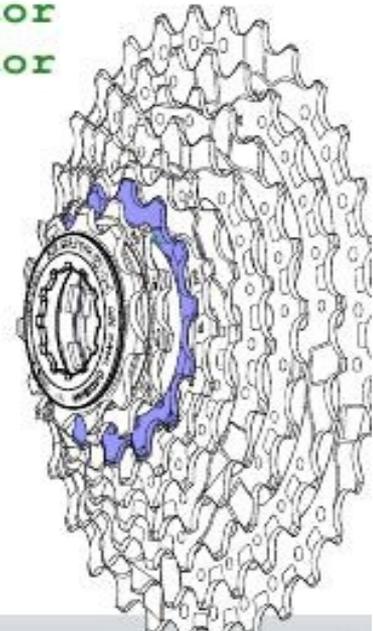
Zeilen können so nicht geplottet werden!

Beispiel: Übersetzung einer Gangschaltung

➤ Übersetzungstabelle:

		Hinten						
Vorne		V/H	10	12	14	16	18	21
Vorne	44	4.40	3.67	3.14	2.75	2.44	2.10	
	32	3.20	2.67	2.29	2.00	1.78	1.52	
	22	2.20	1.83	1.57	1.38	1.22	1.05	

```
function UT = uebersetzungstabelle(Vorne, Hinten);  
% Vorne : Anzahl Zähne am vorderen Ritzel als Vektor  
% Hinten: Anzahl Zähne am hinteren Ritzel als Vektor  
  
% Initialisierung der Tabelle als Matrix  
% Achtung: Zeilen und Spalten vertauscht !  
UT = zeros(length(Hinten), length(Vorne));  
  
% Zwei Schleifen für alle Ritzel vorne und hinten  
for v=1:length(Vorne)  
    for h=1:length(Hinten)  
        UT(h, v) = Vorne(v) / Hinten(h);  
    end  
end  
end
```



Plot der Übersetzungen

➤ Aufrufbeispiel:

```
Hinten = [10,12,14,16,18,21,24,28,32];  
Vorne  = [44,32,22];  
UT = Uebersetzungstabelle(Vorne,Hinten);  
  
% Diagramm der Übersetzungen  
plot(UT, '-x');  
xlabel('Nummer des Gangs');  
ylabel('Übersetzungsverhältnis');
```

Matrix wird
spaltenweise
dargestellt

