

Einführung in die Informatik I

Kapitel II.2: Spezielle Suchalgorithmen

Prof. Dr.-Ing. Marcin Grzegorzek
Juniorprofessur für Mustererkennung im Institut für Bildinformatik
Department Elektrotechnik und Informatik
Fakultät IV der Universität Siegen

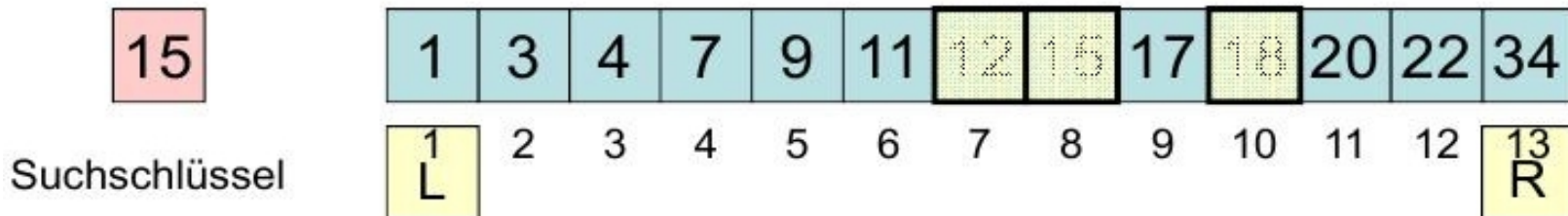
23.01.2013

Inhaltsverzeichnis

- I. MATLAB-Einführung
- II. Algorithmen
 - 1. Suchen
 - 2. Spezielle Suchalgorithmen**
 - 3. Sortieren
 - 4. Rekursion und Quicksort
- III. MATLAB-Fortsetzung
- IV. Wissenschaftliche Werkzeuge

Binäre Suche (Bi-Sektion)

- Eine effiziente Suchmethode bei **sortierten** Daten ist das Bi-Sektionsverfahren (Divide-and-Conquer)
- Vorgehensweise:
 - Erstelle zwei **Grenzen** (Links=1 , Rechts=n)
 - Prüfe das Element in der **Mitte** des Feldes, ob es größer oder kleiner als das gesuchte Element ist
 - Verschiebe die linke bzw rechte Grenze um eins über die Mitte
 - Abbruch :
 - Rechts < Links
 - Mitte == Suchschlüssel



Binäre Suche: Details

15

- **Mitte=floor((Links+Rechts)/2) ;** Suchschlüssel

$$M=(13+1)/2=7$$

$$15 < 12 \rightarrow L=M+1$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L												R

$$M=(13+8)/2=10.5$$

$$15 < 18 \rightarrow R=M-1$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
							L					R

$$M=(9+8)/2=8.5$$

$$15 == 15 \rightarrow \text{Gefunden!}$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
							L	R				

Algorithmus: Binäre Suche

- Die **Mitte** zwischen der linken und rechten Grenze wird durch folgende **Formel** berechnet: (Mittelwert)

Mitte=floor((Rechts+Links) /2 ;

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14
							L		R			

- **Problematisch** bei diesem Algorithmus sind folgende Punkte:
 - Was passiert an der linken Grenze?
 - Was passiert an der rechten Grenze?
 - Was passiert wenn der Suchschlüssel gar nicht in dem Feld vorhanden ist?

Binäre Suche: linke Grenze

1

Suchschlüssel

$$M = (13 + 1) / 2 = 7$$

$$1 < 12 \rightarrow R = M - 1$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1 L	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13 R

$$M = (6 + 1) / 2 = 3.5$$

$$1 < 4 \rightarrow R = M - 1$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1 L	2	3	4	5	6 R	7	8	9	10	11	12	13

$$M = (1 + 2) / 2 = 1.5$$

$$1 == 1 \rightarrow \text{Gefunden!}$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1 L	2 R	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Binäre Suche: rechte Grenze

34

Suchschlüssel

$M=(1+13)/2=7$

$34 < 12 \rightarrow L=M+1$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

1 L	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13 R
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	---------

$M=(8+13)/2=10.5$

$34 < 18 \rightarrow L=M+1$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

1	2	3	4	5	6	7	8 L	9	10	11	12	13 R
---	---	---	---	---	---	---	--------	---	----	----	----	---------

$M=(11+13)/2=12$

$34 < 22 \rightarrow L=M+1$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	L	12	13 R
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----	---------

$M=(13+13)/2=13$

$34 == 34 \rightarrow$ **Gefunden!**

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13 LR
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----------

Binäre Suche: erfolglos

13

Suchschlüssel

$$M = (13 + 1) / 2 = 7$$

$$13 < 12 \rightarrow L = M + 1$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L												R

$$M = (13 + 8) / 2 = 10.5$$

$$13 < 18 \rightarrow R = M - 1$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
							L					R

$$M = (9 + 8) / 2 = 8.5$$

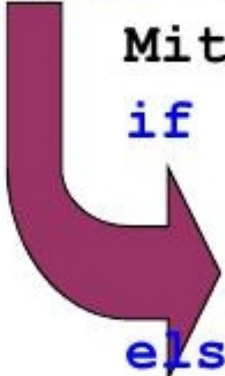
$$13 < 15 \rightarrow R = M - 1$$

1	3	4	7	9	11	12	15	17	18	20	22	34
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
							L	R				

$L \leq R \rightarrow$ **Nicht gefunden!**

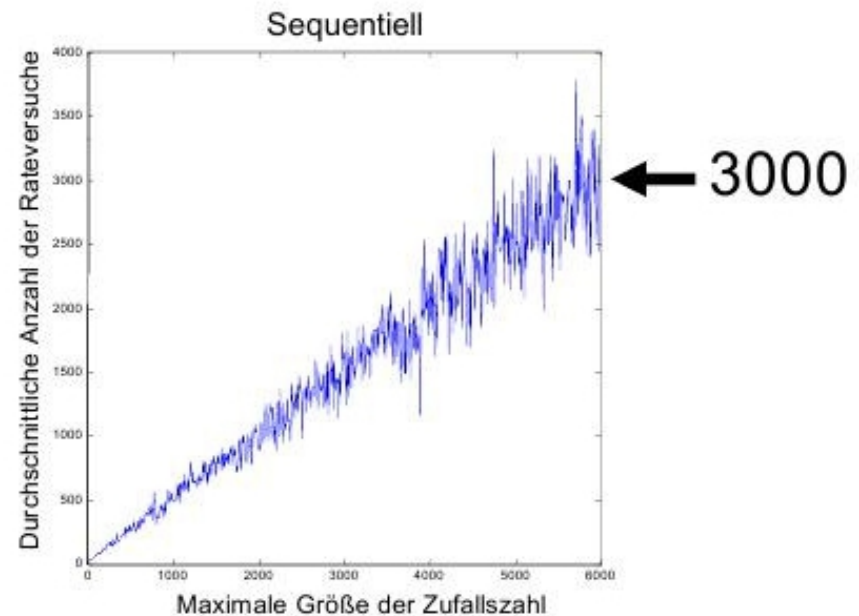
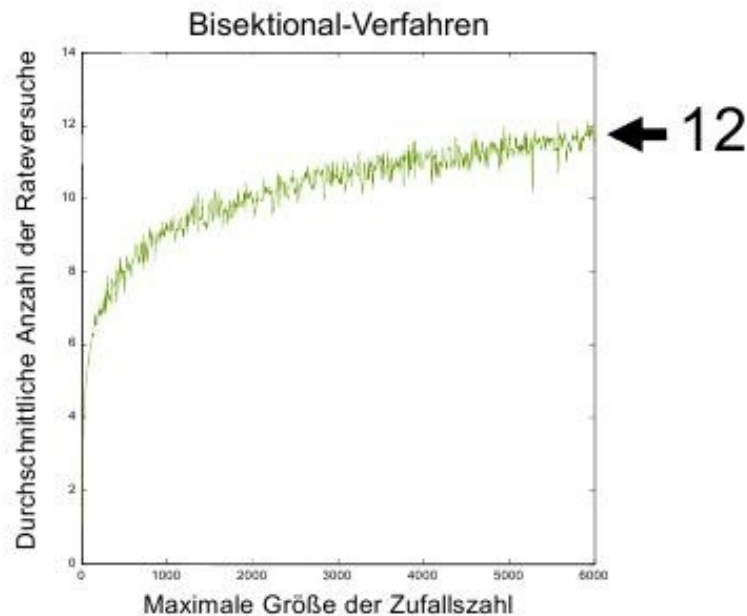
Binäre Suche: Algorithmus

```
function Position=Suche_BiSec(x,Key)
Links      = 1;           % Erste Position
Rechts     = length(x);  % Letzte Position
Position   = 0;          % Default
while Links<=Rechts
    Mitte = floor((Links+Rechts)/2);
    if     x(Mitte)==Key   % gefunden..
        Position = Mitte;
        break;
    elseif x(Mitte)< Key   % nicht gefunden...
        Links     = Mitte+1;
    else
        Rechts    = Mitte-1;
    end;
end;
```



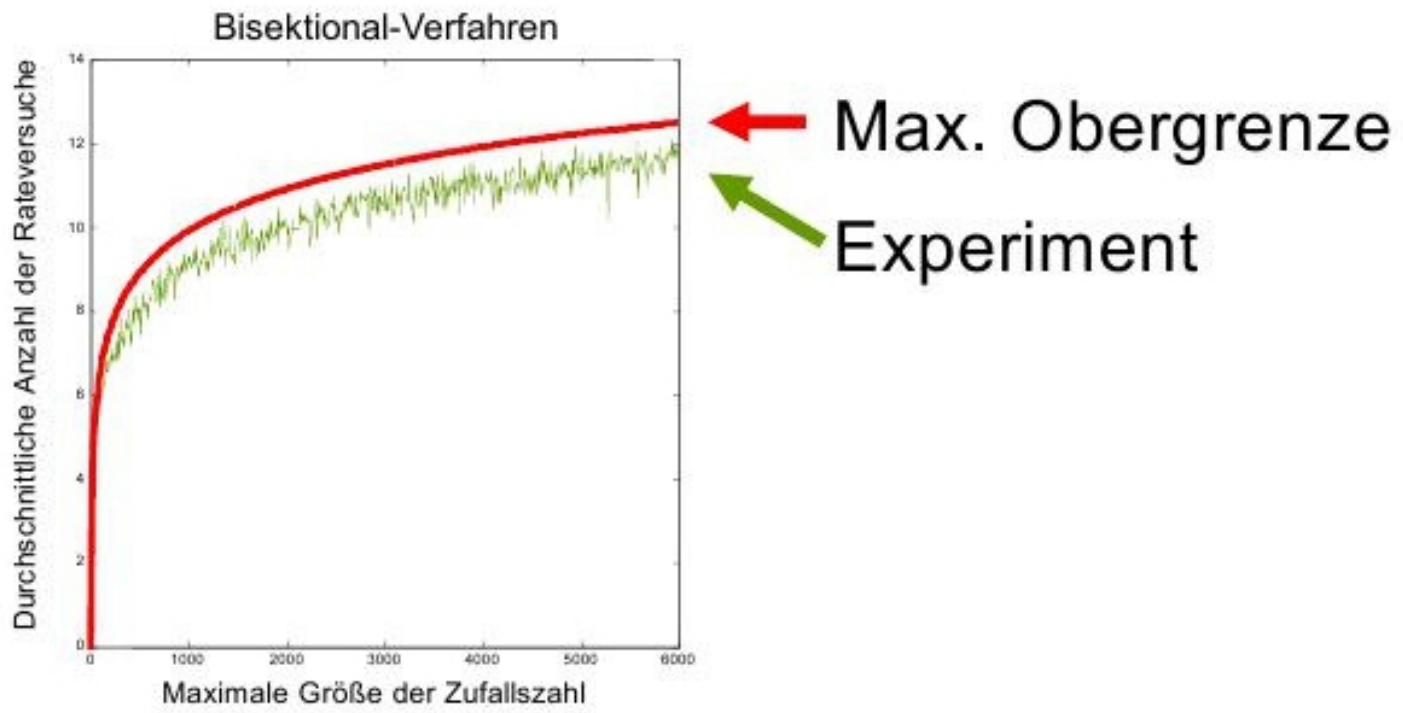
Analyse des Laufzeitenverhaltens

- Je 30 mal eine Zufallszahl im Intervall 1:n zu finden
- Der Mittelwert der 30 Versuche wird gebildet



Eigenschaften: Binäre Suche

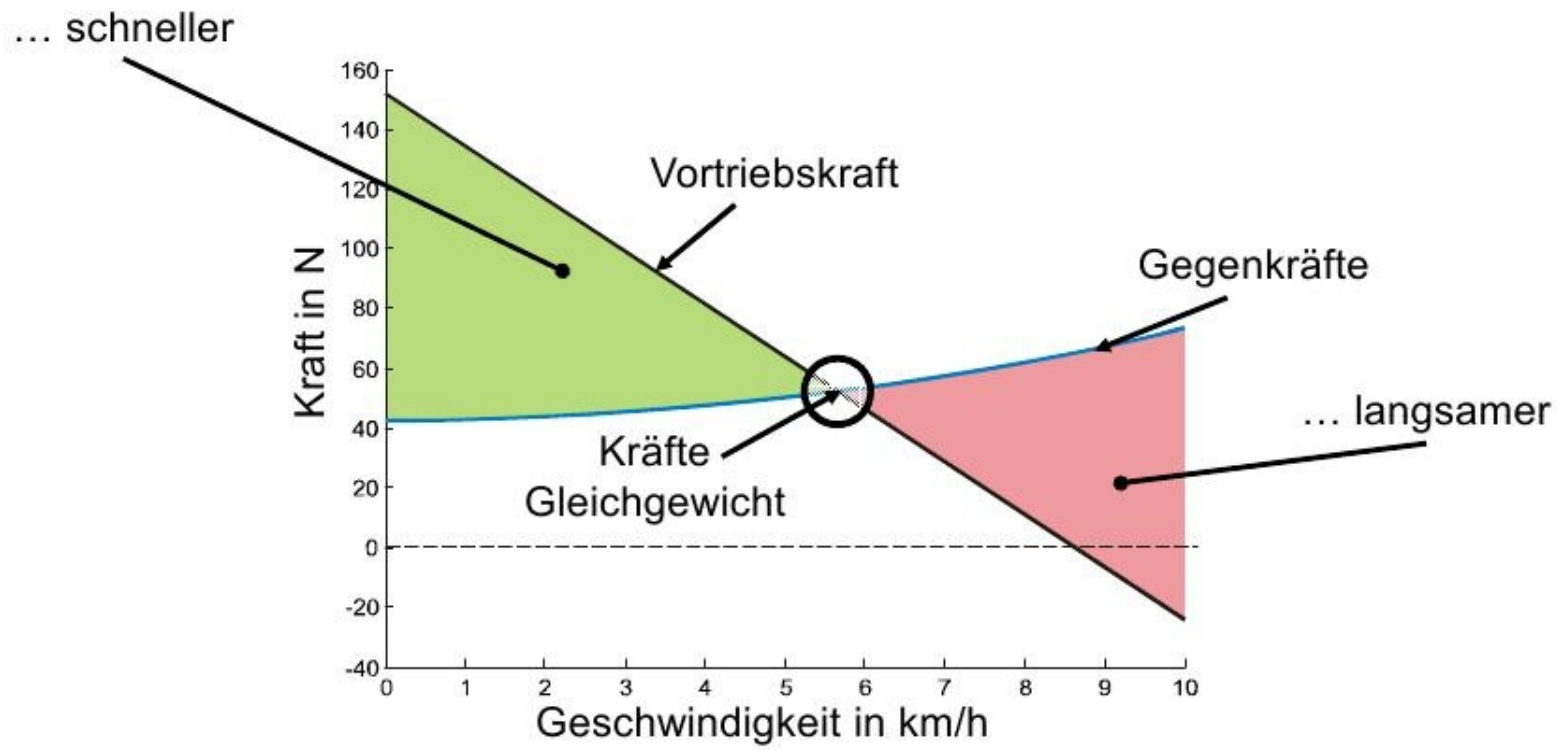
- Die Binäre Suche erfordert **niemals mehr** als $\log_2(n+1)$ Vergleiche
- Die Eigenschaft folgt unmittelbar aus der Tatsache, dass das Suchintervall **wenigstens halbiert** wird



Zusammenfassung: Suchen

Zugriff	Zufällig	Sequentiell	Bi-Sektion
Findet Schlüssel, wenn in der Liste	Ja	Ja	Ja
Abbruch, wenn nicht in der Liste	Nein	Ja	Ja
Voraussetzung: sortiert	Nein	Nein	Ja
Durchschnittliche Zahl der Versuche	n	$n/2$	$\log_2(n)$

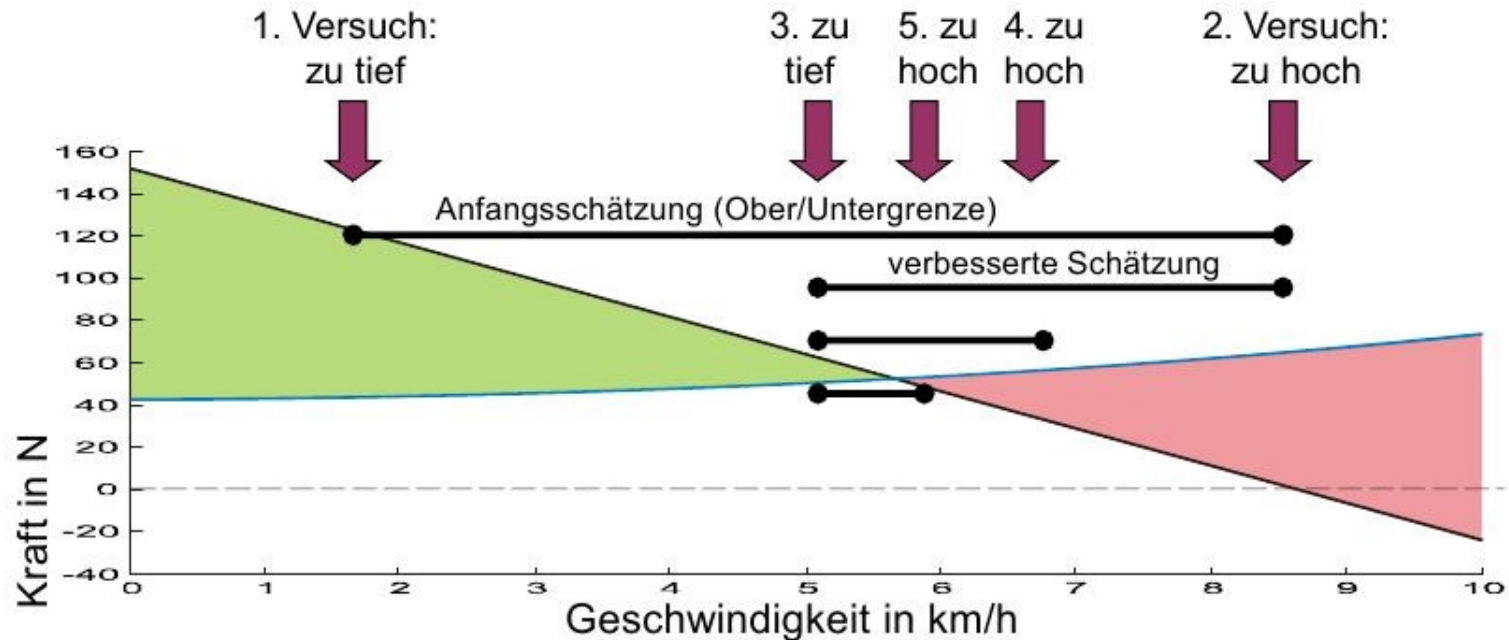
Fahrradbeispiel: Diagramm der Kräfte



- Am Kreuzungspunkt sind die Kräfte gleich groß:

$$F_{Vortrieb} = F_{Roll} + F_{Steigung} + F_{Luft}$$

Einschachteln des Gleichgewichts



- Das Kräftegleichgewicht findet man mit Hilfe einer Variante der binären Suche.
- Allerdings kann man das Ergebnis nur bis auf eine gewisse Genauigkeit ε bestimmen.

MATLAB Implementierung

```
% Eingaben
```

```
i =input ('Übersetzung :');
S =input ('Steigung :');
LG =input ('Linke Grenze:');
RG =input ('Rechte Grenze:');
eps=input ('Genauigkeit :');
```

```
% Anfangsberechnungen
```

```
F_LG=F_Ges (LG,S,i);
F_RG=F_Ges (RG,S,i);
```

```
% Anfangsberechnungen
```

```
F_LG=F_Ges (LG,Steig,i);
F_RG=F_Ges (RG,Steig,i);
```

```
% Fehlerabfrage
```

```
if F_LG<0 | F_RG>0
    error('Falsches Anfangsintervall');
```

```
else
```

```
    while RG-LG>epsilon
```

```
        % Mittelwert
```

```
v_M=(RG+LG)/2 ;
F_M=F_Ges(v_M,Steig,i);
```

```
% Neue Intervallgrenzen
```

```
if F_M>0
```

```
    LG =v_M; F_LG=F_M;
```

```
else
```

```
    RG =v_M; F_RG=F_M;
```

```
end
```

```
end
```

```
% Ergebnis
```

```
disp (,'Ergebnis zwischen'); LG
disp ('und'); RG
```

```
end
```