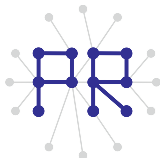
Einführung in die Informatik I

Kapitel II.4: Rekursion und Quicksort

Prof. Dr. Marcin Grzegorzek[1]

Research Group for Pattern Recognition
www.pr.informatik.uni-siegen.de

Institute for Vision and Graphics
University of Siegen, Germany



[1] Die im Rahmen dieser Lehrveranstaltung verwendeten Lernmaterialien wurden uns zum Großteil von Herrn Prof. Dr. Wolfgang Wiechert und Herrn Prof. Dr. Roland Reichardt zur Verfügung gestellt.

Inhaltsverzeichnis

I. MATLAB-Einführung

1. Voraussetzungen und Konventionen
2. Variablen und arithmetische Ausdrücke
3. Automatisierungen von Berechnungen
4. Logische Ausdrücke
5. Verzweigungen
6. Schleifen
7. Fehlersuche in Programmen
8. Funktionen
9. Arbeitsweise von Funktionen
10. Vektoren
11. Matrizen

Inhaltsverzeichnis II

II. Algorithmen

1. Suchen
2. Spezielle Suchalgorithmen
3. Sortieren
4. ▶ Rekursion und Quicksort

Rekursion

- **Begriff der Rekursion**:
  - Funktionen können sich selbst aufrufen:
    direkt rekursiv: f() → f()
    indirekt rekursiv: f() → g() → f()
- Beispiel: Fakultätsfunktion
  - $n! = 1 * 2 * \ldots * (n-1) * n$
  - **oder:** $n! = (n-1)! * n$
  - **mit:** $0! = 1$
- Beispiel: 4! → Für 4! muss 3! bekannt sein, usw.

4! = 3! * 4 = 2! * 3 * 4 = 1! * 2 * 3 * 4 = 0! * 1 * 2 * 3 * 4

Beispiel: Fakultät

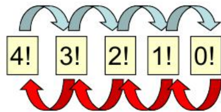
- Fakultätsfunktion
  - $n! = (n-1)! * n$ **mit** $0! = 1$
- Quelltext

```
function y=fakult(x)
        if x==0
            y=1;
        else
            y=fakult(x-1)*x;
        end
```

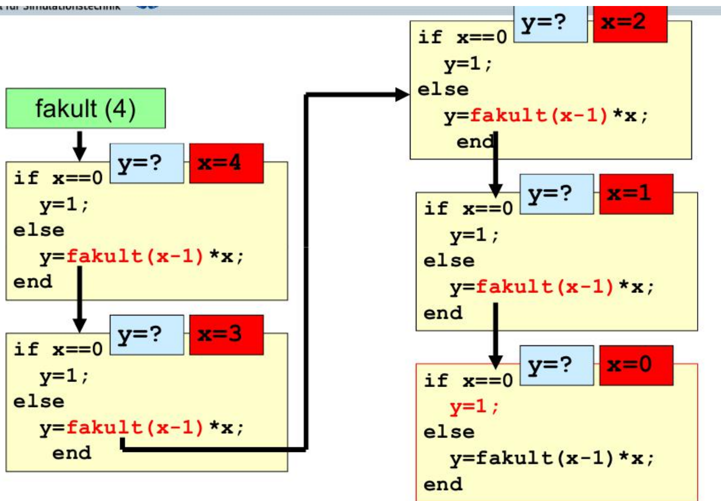
- Frage: Was passiert beim rekursiven Aufruf?

Rekursion: Mehrere Funktionen

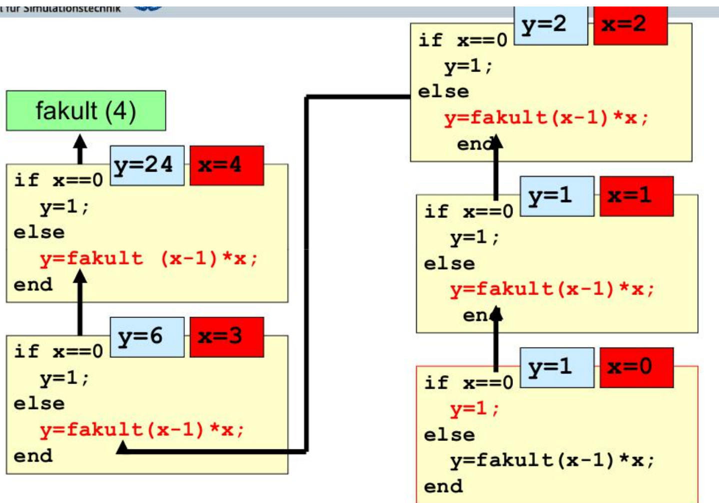
- Beim rekursiven Aufruf ruft sich eine Funktion selbst auf
  - Die **aktive** Kopie der Funktion wird **angehalten.**
  - Die **neue** Funktion wird im Speicher angelegt und erhält ihre **eigenen lokalen Variablen**.
- Das Verfahren wird so lange wiederholt, bis eine Funktion ohne Rekursion ein Ergebnis berechnen kann.
- Danach geben alle rekursiv aufgerufenen Funktionen ihr **Ergebnis an die anrufende Funktion** zurück, bis das Endergebnis vorliegt.



Funktionsweise einer Rekursion

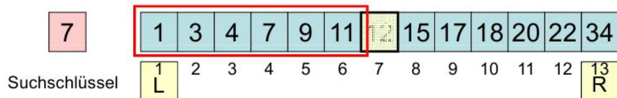


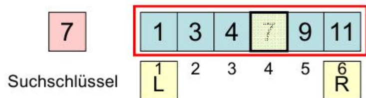
Funktionsweise einer Rekursion



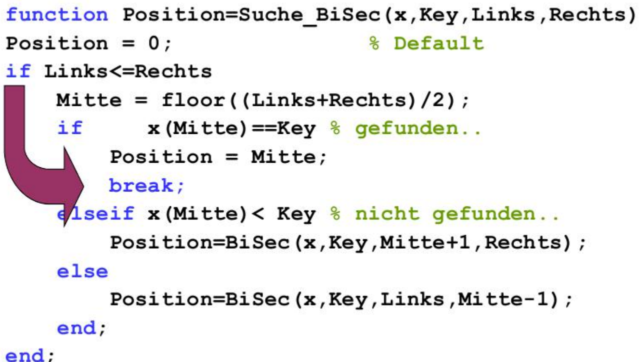
Rekursive Version der binären Suche

- **Divide-and-Conquer** Verfahren lassen sich rekursiv definieren:
  - Der Teil, in welchem die Lösung liegt wird als neues Feld aufgefasst und wieder durchsucht.





Quelltext



```
function Position=Suche_BiSec(x,Key,Links,Rechts)
Position = 0;                    % Default
if Links<=Rechts
    Mitte = floor((Links+Rechts)/2);
    if      x(Mitte)==Key % gefunden..
        Position = Mitte;
        break;
    elseif x(Mitte)< Key % nicht gefunden..
        Position=BiSec(x,Key,Mitte+1,Rechts);
    else
        Position=BiSec(x,Key,Links,Mitte-1);
    end;
end;
```

Beispielaufruf:

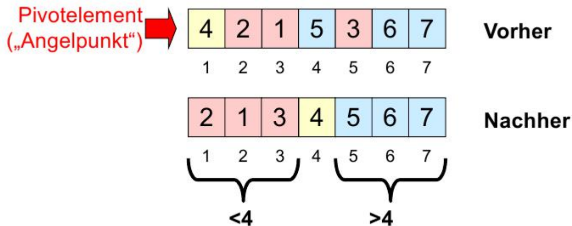
```
x=1:12:100
Suche_BiSec (x,73,1,length(x))
```

Quicksort

- Alle bisher vorgestellten Algorithmen haben eine quadratisch anwachsende Rechenzeit
- Der erste wirklich schnellere Algorithmus (Quicksort) wurde 1960 von C.A.R. Hoare entwickelt
- Dieser Algorithmus gehört zu den am Besten erforschten Sortieralgorithmen.
- Vorteile:
  - Relativ einfach zu implementieren
  - Erfordert wenig Ressourcen
  - Sehr schnell
- Rekursiver Algorithmus

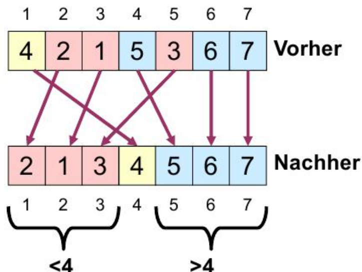
Partitionierung im Quicksort

- Quicksort beruht auf einem Zerlegen (Partitionierung) des Feldes in zwei Teile.
- Anschließend werden diese Teile unabhängig voneinander sortiert.
- Der entscheidende Teil ist die **Partitionierung**. Die Partitionierung bewirkt eine Vorsortierung der Liste mit Hilfe eines willkürlich gewählten Pivotelements:



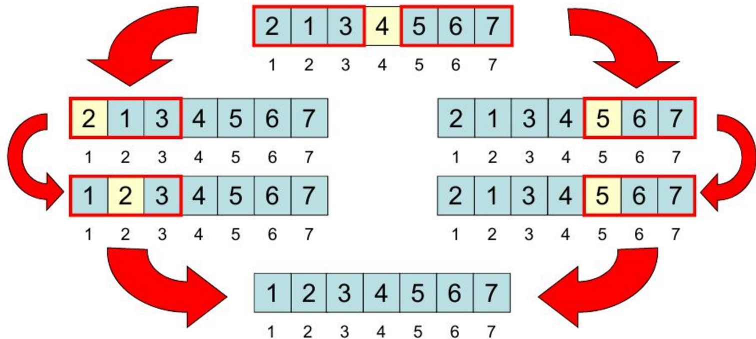
Partitionierung

- Nach der Partitionierung soll gelten:
  - Das Pivotelement befindet sich an seinem bzgl. der Sortierung endgültigen Platz `i`.
  - Alle Elemente in den Feldern `1..i-1` sind kleiner oder gleich dem Pivotelement.
  - Alle Elemente in den Feldern `i+1..n` sind größer oder gleich dem Pivotelement.
- Das Pivot-Element kann beliebig gewählt werden. Meistens ist es das erste oder das letzte Element.



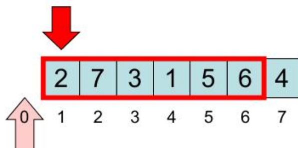
Rekursion

- Nach der Partitionierung wird der linke und rechte Teil nach dem gleichen Verfahren partitioniert.
- Am Ende werden die Teile wieder zusammengesetzt.



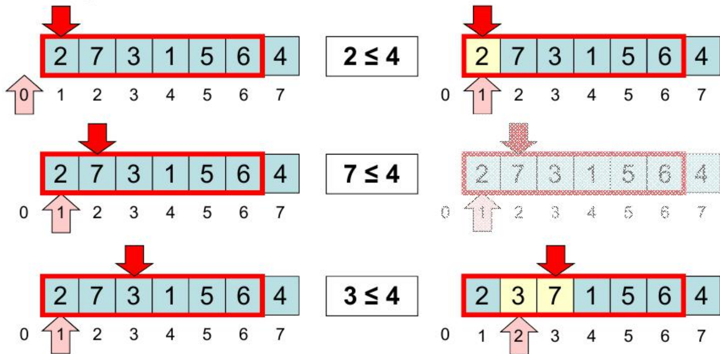
Implementierung der Partitionierung

- Partitioniert werden soll zwischen Position 1 und 7
  - **`Links   = 1`**
  - **`Rechts = 7`**
- Das Pivot-Element ist ganz rechts (frei gewählt)
- Schleife von **`Links`** bis **`Rechts-1`** (Pivot ist rechts)
- Ein Zeiger markiert das Ende der linken Liste mit Elementen, die sicher kleiner als das Pivotelement sind (Initialisierung mit Null)
- Ein Vergleichszeiger mustert die darauf folgenden Einträge.

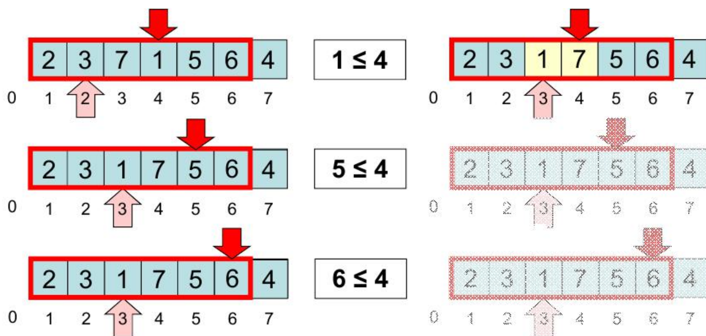


Implementierung der Partitionierung

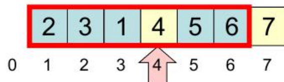
- In Schleife:
  Vergleich ≤ Pivot → Tauschposition + 1 → Tauschen



Implementierung der Partitionierung



- Nach der Schleife:
  - Tauschposition + 1
  - Tauschen mit Pivot-Element



Quelltext: Partitionierung

```
function [x,swap] = partition(x,left,right)
pivot = x(right);       % Pivot-Element
swap  = left-1;         % Tauschposition
```

```
% Partitionierung L < Pivot < Rechts
for pointer = left:(right-1)
    if x(pointer) <= pivot        % muss auf linke Seite ?
        swap       = swap + 1;    % Nächste Tauschposition
        tmp        = x(swap);     % Tausch...
        x(swap)    = x(pointer);  % ...
        x(pointer) = tmp;         % ...
    end
end
```

```
% Platziert das Pivot-Element in der Mitte.
swap     = swap+1;
tmp      = x(right);            % Tausch...
x(right)= x(swap);              % ...
x(swap) = tmp;                  % ...
```

Quelltext: Rekursion

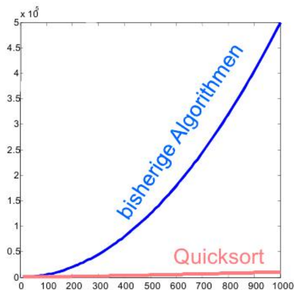
```
function x = quicksort(x,left,right)

% Erster Aufruf mit
% left  = 1
% right = length(x)

if left < right           % Nicht Terminierungsfall
    [x,q] = partition(x,left,right);
                          % q ist Pivot-Element
    x = quicksort(x,left,q-1);
                          % sortiere linke  Hälfte
    x = quicksort(x,q+1,right);
                          % sortiere rechte Hälfte
end
```

Laufzeitanalyse: Quicksort

- QuickSort braucht im Mittel $n \cdot ld(n)$ Schritte



doppelt logarith-misch